

\$SPAD/input schaum25.input

Timothy Daly

June 15, 2008

Contents

1	[1]:14.509	$\int e^{ax} dx$	3
2	[1]:14.510	$\int xe^{ax} dx$	4
3	[1]:14.511	$\int x^2 e^{ax} dx$	5
4	[1]:14.512	$\int x^n e^{ax} dx$	6
5	[1]:14.513	$\int \frac{e^{ax}}{x} dx$	6
6	[1]:14.514	$\int \frac{e^{ax}}{x^n} dx$	7
7	[1]:14.515	$\int \frac{dx}{p + qe^{ax}} dx$	8
8	[1]:14.516	$\int \frac{dx}{(p + qe^{ax})^2} dx$	9
9	[1]:14.517	$\int \frac{dx}{pe^{ax} + qe^{ax}} dx$	10
10	[1]:14.518	$\int e^{ax} \sin bx dx$	13
11	[1]:14.519	$\int e^{ax} \cos bx dx$	14
12	[1]:14.520	$\int xe^{ax} \sin bx dx$	15
13	[1]:14.521	$\int xe^{ax} \cos bx dx$	16
14	[1]:14.522	$\int e^{ax} \ln x dx$	17
15	[1]:14.523	$\int e^{ax} \sin^n bx dx$	17
16	[1]:14.524	$\int e^{ax} \cos^n bx dx$	18

1 [1]:14.509 $\int e^{ax} dx$

$$\int e^{ax} = \frac{e^{ax}}{a}$$

```

(*)≡
)spool schaum25.output
)set message test on
)set message auto off
)clear all

--S 1
aa:=integrate(%e^(a*x),x)
--R
--R      a x
--R      %e
--R (1) ----
--R      a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 2
bb:=%e^(a*x)/a
--R
--R      a x
--R      %e
--R (2) ----
--R      a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 3      14:509 Schaums and Axiom agree
cc:=aa-bb
--R
--R (3)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

2 [1]:14.510 $\int x e^{ax} dx$

$$\int x e^{ax} = \frac{e^{ax}}{a} \left(x - \frac{1}{a} \right)$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 4
aa:=integrate(x*e^(a*x),x)
--R
--R
--R          a x
--R      (a x - 1)%e
--R  (1)  -----
--R          2
--R         a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 5
bb:=%e^(a*x)/a*(x-1/a)
--R
--R
--R          a x
--R      (a x - 1)%e
--R  (2)  -----
--R          2
--R         a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 6      14:510 Schaums and Axiom agree
cc:=aa-bb
--R
--R  (3)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

3 [1]:14.511 $\int x^2 e^{ax} dx$

$$\int x^2 e^{ax} = \frac{e^{ax}}{a} \left(x^2 - \frac{2x}{a} + \frac{2}{a^2} \right)$$

```

(*)+=
)clear all

--S 7
aa:=integrate(x^2*e^(a*x),x)
--R
--R      2 2      a x
--R      (a x  - 2a x + 2)%e
--R (1) -----
--R          3
--R         a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 8
bb:=%e^(a*x)/a*(x^2-(2*x)/a+2/a^2)
--R
--R      2 2      a x
--R      (a x  - 2a x + 2)%e
--R (2) -----
--R          3
--R         a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 9      14:511 Schaums and Axiom agree
cc:=aa-bb
--R
--R (3)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

4 [1]:14.512 $\int x^n e^{ax} dx$

$$\int x^n e^{ax} = \frac{x^n e^{ax}}{a} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax}$$

$$= \frac{e^{ax}}{x} \left(x^n - \frac{nx^{n-1}}{a} + \frac{n(n-1)x^{n-2}}{a^2} - \dots - \frac{(-1)^n n!}{a^n} \right)$$

if $n = \text{positiveinteger}$

`<*>+≡
)clear all`

`--S 10 14:512 Axiom cannot compute this integral`

`aa:=integrate(x^n*e^(a*x),x)`

`--R`

`--R x`
`--I ++ %I a n`
`--I (1) | %e %I d%I`
`--R ++`

`Type: Union(Expression Integer,...)`

`--E`

5 [1]:14.513 $\int \frac{e^{ax}}{x} dx$

$$\int \frac{e^{ax}}{x} = \ln x + \frac{ax}{1 \cdot 1!} + \frac{(ax)^2}{2 \cdot 2!} + \frac{(ax)^3}{3 \cdot 3!} + \dots$$

`<*>+≡
)clear all`

`--S 11 14:513 Schaums and Axiom agree by definition`

`aa:=integrate(%e^(a*x)/x,x)`

`--R`

`--R (1) Ei(a x)`

`--R`

`Type: Union(Expression Integer,...)`

`--E`

6 [1]:14.514 $\int \frac{e^{ax}}{x^n} dx$

$$\int \frac{e^{ax}}{x^n} = \frac{-e^{ax}}{(n-1)x^{n-1}} + \frac{a}{n-1} \int \frac{e^{ax}}{x^{n-1}}$$

<*)+≡

)clear all

--S 12 14:514 Axiom cannot compute this integral

aa:=integrate(%e^(a*x)/x^n,x)

--R

--I x %I a

--R ++ %e

--I (1) | ----- d%I

--R ++ n

--I %I

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E

7 [1]:14.515 $\int \frac{dx}{p + qe^{ax}} dx$

$$\int \frac{1}{p + qe^{ax}} = \frac{x}{p} - \frac{1}{ap} \ln(p + qe^{ax})$$

```
(*)+≡
)clear all
```

```
--S 13
aa:=integrate(1/(p+q*e^(a*x)),x)
--R
--R
--R          a x
--R    - log(q %e  + p) + a x
--R (1)  -----
--R          a p
```

Type: Union(Expression Integer,...)

```
--S 14
bb:=x/p-1/(a*p)*log(p+q*e^(a*x))
--R
--R
--R          a x
--R    - log(q %e  + p) + a x
--R (2)  -----
--R          a p
```

Type: Expression Integer

```
--S 15      14:515 Schaums and Axiom agree
cc:=aa-bb
--R
--R (3)  0
--R
--R
--R
```

Type: Expression Integer

8 [1]:14.516 $\int \frac{dx}{(p + qe^{ax})^2} dx$

$$\int \frac{dx}{(p + qe^{ax})^2} = \frac{x}{p^2} + \frac{1}{ap(p + qe^{ax})} - \frac{1}{ap^2} \ln(p + qe^{ax})$$

```
(*)+=
)clear all
```

```
--S 16
```

```
aa:=integrate(1/(p+q*e^(a*x))^2,x)
```

```
--R
```

```
--R      a x      a x      a x
--R      (- q %e  - p)log(q %e  + p) + a q x %e  + a p x + p
--R (1) -----
```

```
--R      2      a x      3
--R      a p q %e  + a p
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

```
--E
```

```
--S 17
```

```
bb:=x/p^2+1/(a*p*(p+q*e^(a*x)))-1/(a*p^2)*log(p+q*e^(a*x))
```

```
--R
```

```
--R      a x      a x      a x
--R      (- q %e  - p)log(q %e  + p) + a q x %e  + a p x + p
--R (2) -----
```

```
--R      2      a x      3
--R      a p q %e  + a p
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 18 14:516 Schaums and Axiom agree
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
```

```
--R (3) 0
```

```
--R
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

9 [1]:14.517 $\int \frac{dx}{pe^{ax} + qe^{-ax}} dx$

$$\int \frac{dx}{pe^{ax} + qe^{-ax}} = \begin{cases} \frac{1}{a\sqrt{pq}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{p}{q}} e^{ax} \right) \\ \frac{1}{2a\sqrt{-pq}} \ln \left(\frac{e^{ax} - \sqrt{-q/p}}{e^{ax} + \sqrt{-q/p}} \right) \end{cases}$$

```
<*)+=
)clear all
```

```
--S 19
```

```
aa:=integrate(1/(p*e^(a*x)+q*e^(-a*x)),x)
```

```
--R
```

```
--R      a x 2      +-----+      a x
--R      (p (%e ) - q)\|- p q + 2p q %e      a x +----+
--R      log(-----)      %e \|p q
--R      a x 2      atan(-----)
--R      p (%e ) + q      q
```

```
--R (1) [-----,-----]
```

```
--R      +-----+      +----+
--R      2a\|- p q      a\|p q
```

```
Type: Union(List Expression Integer,...)
```

```
--E
```

```
--S 20
```

```
bb1:=1/(a*sqrt(p*q))*atan(sqrt(p/q)*e^(a*x))
```

```
--R
```

```
--R      +-+
--R      a x |p
--R      atan(%e |- )
--R      \|q
```

```
--R (2) -----
```

```
--R      +----+
--R      a\|p q
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 21
```

```
bb2:=1/(2*a*sqrt(-p*q))*log((%e^(a*x)-sqrt(-q/p))/(%e^(a*x)+sqrt(-q/p)))
```

```
--R
```

```
--R      +----+
--R      | q      a x
--R      - |- - + %e
```

```

--R          \| p
--R      log(-----)
--R          +----+
--R          | q      a x
--R          |- - + %e
--R          \| p
--R (3) -----
--R          +-----+
--R          2a\|- p q
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 22
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R (4)
--R          a x 2      +-----+      a x      +-+
--R      +----+ (p (%e ) - q)\|- p q + 2p q %e      +-----+      a x |p
--R \|p q log(-----) - 2\|- p q atan(%e  |- )
--R          a x 2
--R          p (%e ) + q
--R -----
--R          +-----+ +----+
--R          2a\|- p q \|p q
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 23
cc2:=aa.2-bb1
--R
--R          a x +----+      +-+
--R          %e  \|p q      a x |p
--R      atan(-----) - atan(%e  |- )
--R          q      \|q
--R (5) -----
--R          +----+
--R          a\|p q
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 24
cc3:=aa.1-bb2
--R
--R          +----+
--R          | q      a x
--R          |- - + %e
--R      a x 2      +-----+      a x

```

```

--R      (p (%e ) - q)\|- p q + 2p q %e      \|- p
--R      log(-----) - log(-----)
--R      a x 2      +---+
--R      p (%e ) + q      | q      a x
--R      | - - + %e
--R      \|- p
--R (6) -----
--R      +-----+
--R      2a\|- p q
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 25      14:517 Axiom cannot simplify these expressions
cc4:=aa.2-bb2

```

```

--R
--R      +---+
--R      | q      a x
--R      - | - - + %e
--R      +---+      \|- p      +-----+      a x +---+
--R      - \|- p q log(-----) + 2\|- p q atan(-----)
--R      \|- p q      q
--R      +---+
--R      | q      a x
--R      | - - + %e
--R      \|- p
--R (7) -----
--R      +-----+ +---+
--R      2a\|- p q \|- p q
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

10 [1]:14.518 $\int e^{ax} \sin bx \, dx$

$$\int e^{ax} \sin bx = \frac{e^{ax}(a \sin bx - b \cos bx)}{a^2 + b^2}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 26
aa:=integrate(%e^(a*x)*sin(b*x),x)
--R
--R      a x      a x
--R      a %e sin(b x) - b cos(b x)%e
--R (1) -----
--R      2      2
--R      b + a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 27
bb:=((%e^(a*x))*(a*sin(b*x)-b*cos(b*x)))/(a^2+b^2)
--R
--R      a x      a x
--R      a %e sin(b x) - b cos(b x)%e
--R (2) -----
--R      2      2
--R      b + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 28      14:518 Schaums and Axiom agree
cc:=aa-bb
--R
--R (3)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

11 [1]:14.519 $\int e^{ax} \cos bx \, dx$

$$\int e^{ax} \cos bx = \frac{e^{ax}(a \cos bx - b \sin bx)}{a^2 + b^2}$$

```
<*)+=
)clear all
```

```
--S 29
```

```
aa:=integrate(%e^(a*x)*cos(b*x),x)
```

```
--R
```

```
--R      a x      a x
--R      b %e sin(b x) + a cos(b x)%e
```

```
--R (1) -----
```

```
--R      2 2
--R      b + a
```

```
--R
```

Type: Union(Expression Integer,...)

```
--E
```

```
--S 30
```

```
bb:=((%e^(a*x))*(a*cos(b*x)+b*sin(b*x)))/(a^2+b^2)
```

```
--R
```

```
--R      a x      a x
--R      b %e sin(b x) + a cos(b x)%e
```

```
--R (2) -----
```

```
--R      2 2
--R      b + a
```

```
--R
```

Type: Expression Integer

```
--E
```

```
--S 31 14:519 Schaums and Axiom agree
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
```

```
--R (3) 0
```

```
--R
```

Type: Expression Integer

```
--E
```

12 [1]:14.520 $\int x e^{ax} \sin bx \, dx$

$$\int x e^{ax} \sin bx = \frac{x e^{ax} (a \sin bx - b \cos bx)}{a^2 + b^2} - \frac{e^{ax} ((a^2 - b^2) \sin bx - 2ab \cos bx)}{(a^2 + b^2)^2}$$

```
(*)+≡
)clear all
```

```
--S 32
```

```
aa:=integrate(x*e^(a*x)*sin(b*x),x)
```

```
--R
```

```
--R (1)
```

$$\frac{((a^2 b + a^3)x + b^2 - a^2)x^2 e^{ax} \sin(bx) + ((-b^3 - a^2 b)x + 2ab^2) e^{ax} \cos(bx)}{b^4 + 2a^2 b^2 + a^4}$$

```
--R
```

$$\frac{((a^2 b + a^3)x + b^2 - a^2)x^2 e^{ax} \sin(bx) + ((-b^3 - a^2 b)x + 2ab^2) e^{ax} \cos(bx)}{b^4 + 2a^2 b^2 + a^4}$$

```
--R
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

```
--E
```

```
--S 33
```

```
bb:=(x*e^(a*x)*(a*sin(b*x)-b*cos(b*x)))/(a^2+b^2)-(e^(a*x)*((a^2-b^2)*sin(b*x)-2*a*b*cos(b*x)))/(a^2+b^2)^2
```

```
--R
```

```
--R (2)
```

$$\frac{((a^2 b + a^3)x + b^2 - a^2)x^2 e^{ax} \sin(bx) + ((-b^3 - a^2 b)x + 2ab^2) e^{ax} \cos(bx)}{b^4 + 2a^2 b^2 + a^4}$$

```
--R
```

$$\frac{((a^2 b + a^3)x + b^2 - a^2)x^2 e^{ax} \sin(bx) + ((-b^3 - a^2 b)x + 2ab^2) e^{ax} \cos(bx)}{b^4 + 2a^2 b^2 + a^4}$$

```
--R
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 34 14:520 Schaums and Axiom agree
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
```

```
--R (3) 0
```

```
--R
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

13 [1]:14.521 $\int x e^{ax} \cos bx \, dx$

$$\int x e^{ax} \cos bx = \frac{x e^{ax} (a \cos bx - b \sin bx)}{a^2 + b^2} - \frac{e^{ax} ((a^2 - b^2) \cos bx - 2ab \sin bx)}{(a^2 + b^2)^2}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 35
aa:=integrate(x*e^(a*x)*cos(b*x),x)
--R
--R (1)
--R      3      2      a x      2      3      2      2      a x
--R      ((b + a b)x - 2a b)%e sin(b x) + ((a b + a )x + b - a )cos(b x)%e
--R      -----
--R      4      2 2      4
--R      b + 2a b + a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 36
bb:=(x*e^(a*x)*(a*cos(b*x)+b*sin(b*x)))/(a^2+b^2)-(e^(a*x)*((a^2-b^2)*cos(b*x)+2*a*b*sin(b*x)))/(a^2+b^2)^2
--R
--R (2)
--R      3      2      a x      2      3      2      2      a x
--R      ((b + a b)x - 2a b)%e sin(b x) + ((a b + a )x + b - a )cos(b x)%e
--R      -----
--R      4      2 2      4
--R      b + 2a b + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 37      14:521 Schaums and Axiom agree
cc:=aa-bb
--R
--R (3)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```


14 [1]:14.522 $\int e^{ax} \ln x \, dx$

$$\int e^{ax} \ln x = \frac{e^{ax} \ln x}{a} - \frac{1}{a} \int \frac{e^{ax}}{x}$$

```
<*>+≡
)clear all
```

```
--S 38      14:522 Schaums and Axiom agree by definition
```

```
aa:=integrate(%e^(a*x)*log(x),x)
```

```
--R
```

```
--R          a x
--R      %e   log(x) - Ei(a x)
```

```
--R (1) -----
```

```
--R          a
```

```
--R
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

```
--E
```

15 [1]:14.523 $\int e^{ax} \sin^n bx \, dx$

$$\int e^{ax} \sin^n bx = \frac{e^{ax} \sin^{n-1} bx}{a^2 + n^2 b^2} (a \sin bx - nb \cos bx) + \frac{n(n-1)b^2}{a^2 + n^2 b^2} \int e^{ax} \sin^{n-2} bx$$

```
<*>+≡
)clear all
```

```
--S 39      14:523 Axiom cannot compute this integral
```

```
aa:=integrate(%e^(a*x)*sin(b*x)^n,x)
```

```
--R
```

```
--R          x
--R      ++      %I a      n
--R (1) | %e   sin(%I b) d%I
```

```
--R      ++
```

```
--R
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

```
--E
```

16 [1]:14.524 $\int e^{ax} \cos^n bx \, dx$

$$\int e^{ax} \cos^n bx = \frac{e^{ax} \cos^{n-1} bx}{a^2 + n^2 b^2} (a \cos bx - nb \sin bx) + \frac{n(n-1)b^2}{a^2 + n^2 b^2} \int e^{ax} \cos^{n-2} bx$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 40      14:524 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(%e^(a*x)*cos(b*x)^n,x)
--R
--R
--R      x
--R      ++      %I a      n
--R      (1)  | %e      cos(%I b) d%I
--R      ++
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

)spool
)lisp (bye)

```

References

- [1] Spiegel, Murray R. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*
Schaum's Outline Series McGraw-Hill 1968 p85